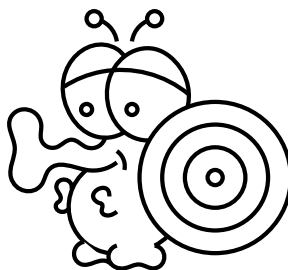
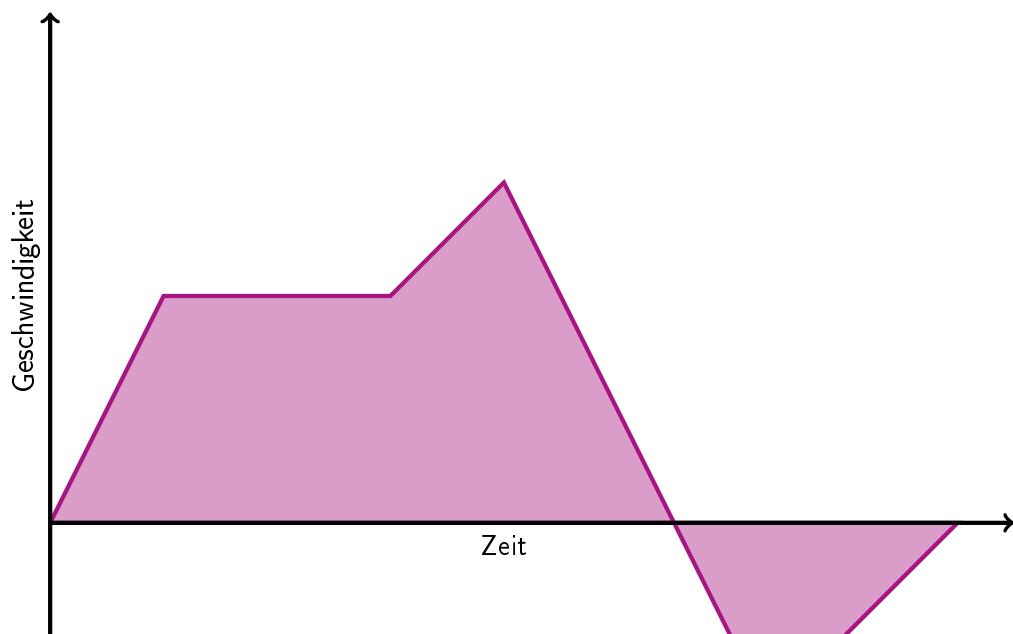




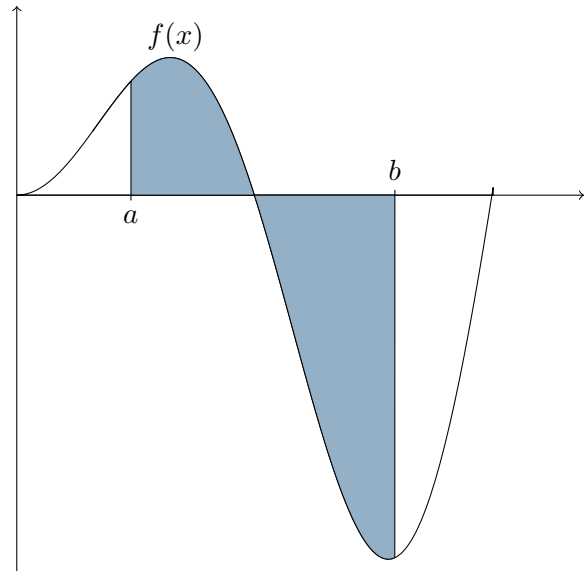
mathematikeanj1-bpe13.1-integralsherleitung

### Exposition

Üblerege, welche Bedeutung der **Flächeninhalt zwischen dem Schaubild und der Zeitachse** hat, wenn das Schaubild die Geschwindigkeit einer Schneckenudel abhängig von der Zeit modelliert.



Wir definieren das *Integral* als den *orientierten Flächeninhalt* einer Funktion  $f$  in einem Intervall  $[a; b]$  mit  $a < b \in \mathbb{R}$  :



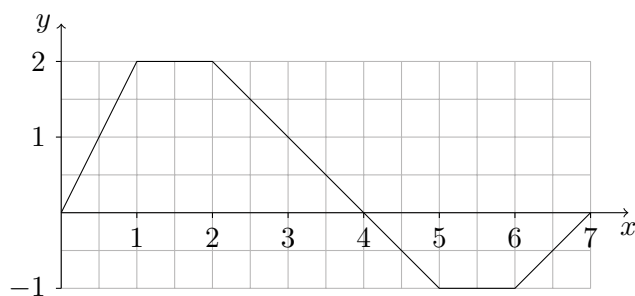
Das Integral hat die folgenden Eigenschaften:

- *Intervalladditivität:*
- *Linearität:*
- *Vertauschen der Integrationsgrenzen:*

## Beispiel 1

Gegeben ist jeweils das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$ . Gib jeweils den Wert des Integrales an.

$$\int_0^4 f(x) \cdot dx \quad \int_4^7 f(x) \cdot dx \quad \int_0^7 f(x) \cdot dx \quad \int_2^{4,5} f(x) \cdot dx$$



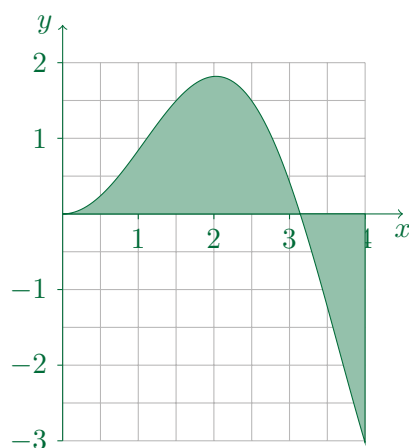
$$\int_0^4 f(x) \cdot dx = 5 \quad \int_4^7 f(x) \cdot dx = 2 \quad \int_0^7 f(x) \cdot dx = 2 \quad \int_2^{4,5} f(x) \cdot dx = 2$$

3 Fehler

## Beispiel 2

Ermittle zeichnerisch näherungsweise den Wert des Integrales.

$$\int_0^4 \sin(x) \cdot x \cdot dx$$



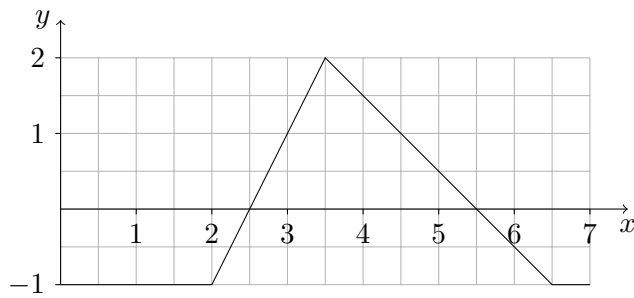
$$\int_0^4 \sin(x) \cdot x \cdot dx = A \approx 6 \text{ FE}$$

1 Fehler

Gegeben ist jeweils das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$ . Gib jeweils den Wert des Integrales an.

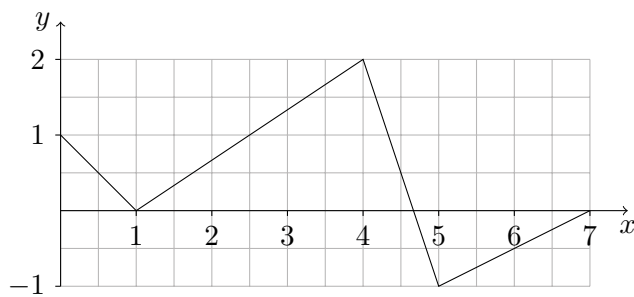
1.

$$\int_0^2 f(x) \cdot dx \quad \int_2^4 f(x) \cdot dx \quad \int_4^7 f(x) \cdot dx \quad \int_0^7 f(x) \cdot dx$$



2.

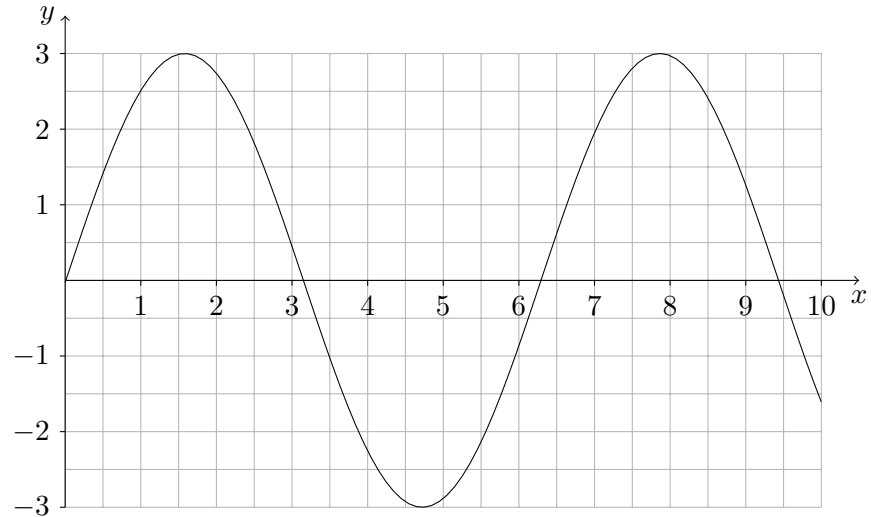
$$\int_0^7 f(x) \cdot dx \quad \int_0^4 f(x) \cdot dx \quad \int_4^7 f(x) \cdot dx \quad \int_5^7 f(x) \cdot dx$$



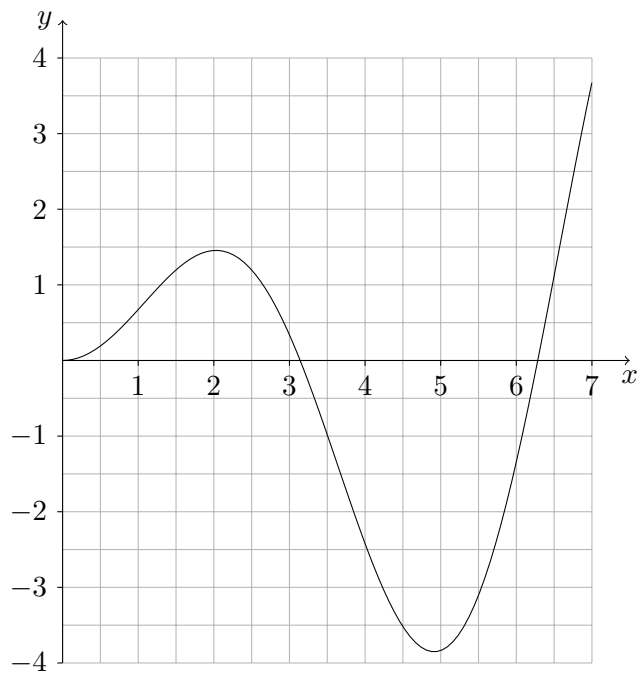
## Aufgabe 2

Gegeben ist jeweils das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$ .

1. Gib näherungsweise Wert des Integrales im Intervall  $[0; 10]$  an.



2. Gib näherungsweise Wert des Integrales im Intervall  $[0; 7]$  an.



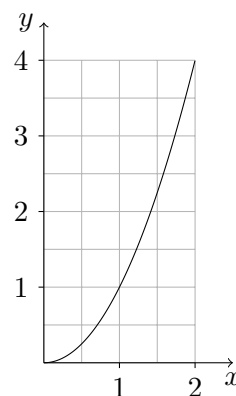
AFB |



### Aufgabe 3

Gegeben ist das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2$ . Erläutere, wie man mit der Hilfe von  $K$  und ohne das Berechnen von Stammfunktionen näherungsweise den Wert des Rechenausdruckes  $R$  bestimmen kann, wenn gilt:

$$R = \int_0^2 3 \cdot (x+2)^2 \cdot dx - \int_0^2 (4 \cdot (x+1)) \cdot dx$$



AFB II; AFB III



### Aufgabe 4

Erläutere, wie man den Wert der Integrale für  $a \in \mathbb{R}^+$ , bestimmen kann und welche Rolle die Punktspiegelung dabei spielt.

$$\int_{-2 \cdot a}^{2 \cdot a} \sin(3 \cdot x) \cdot dx; \quad \int_{-a}^a x \cdot (x^2 - 1) \cdot dx$$

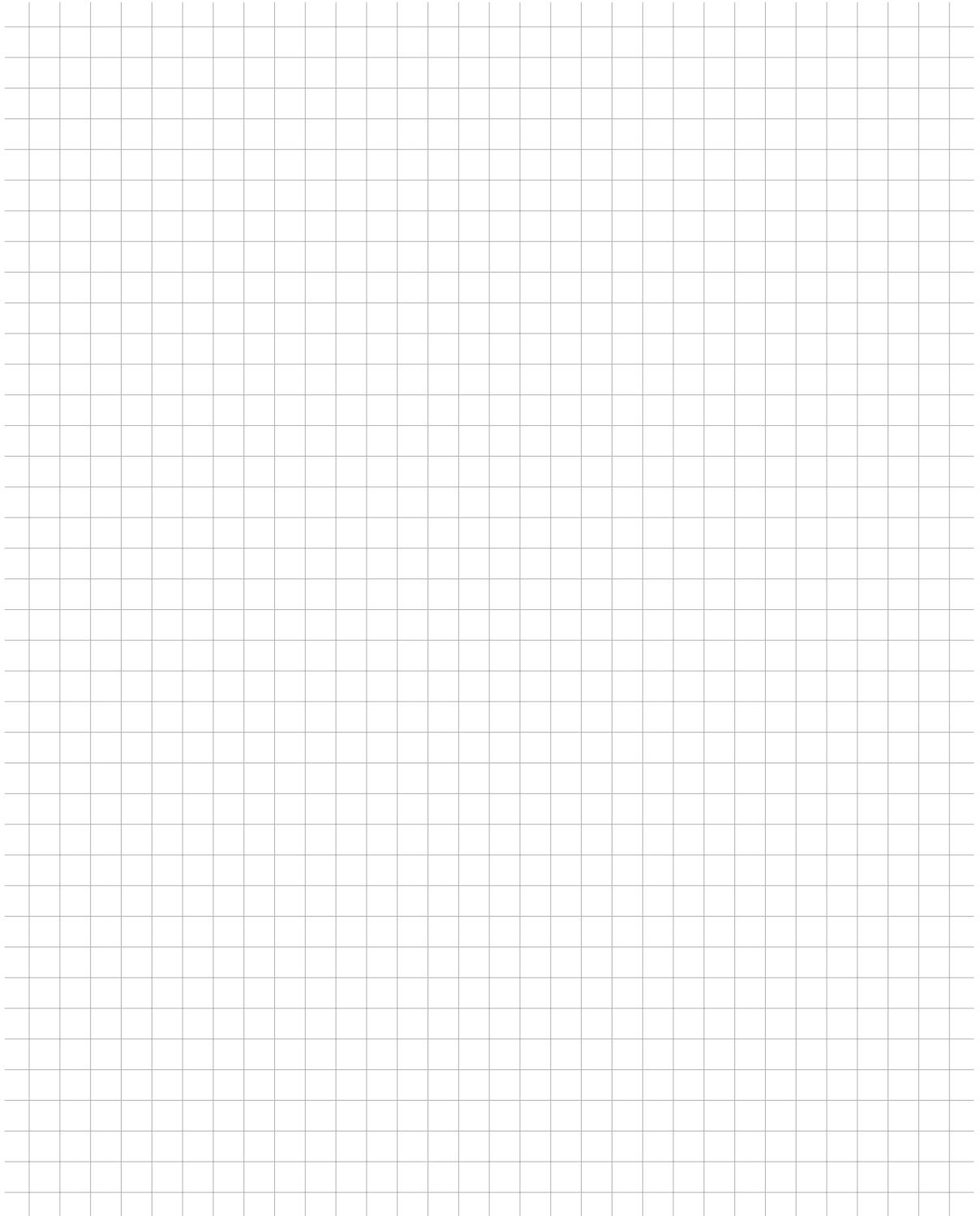
AFB II; AFB III



## Aufgabe 5

Erläutere, wie die Riemannsche Integralsumme die Symbolschreibweise des Integrales motiviert.

AFB IV

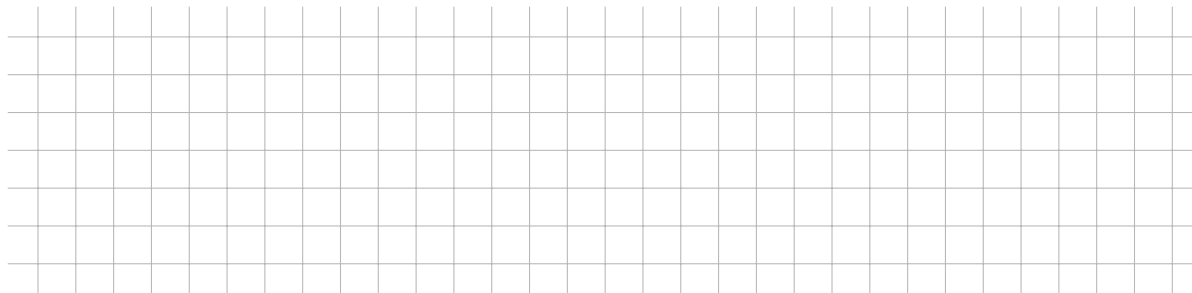


### Aufgabe 6

Ermittle zeichnerisch näherungsweise den Wert des Integrales.

$$\int_0^5 x^2 \cdot dx$$

AFB I



### Aufgabe 7

Skizziere das Schaubild einer Funktion  $f$ , so dass gilt:

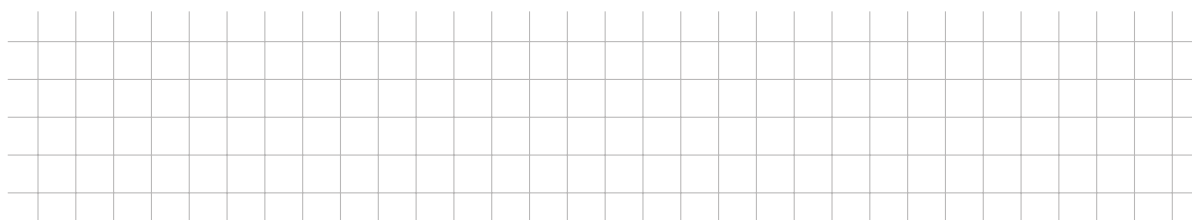
$$\int_0^\pi f(x) \cdot dx = 2; \quad \int_\pi^2 f(x) \cdot dx = 0$$

AFB II



### Aufgabe 8

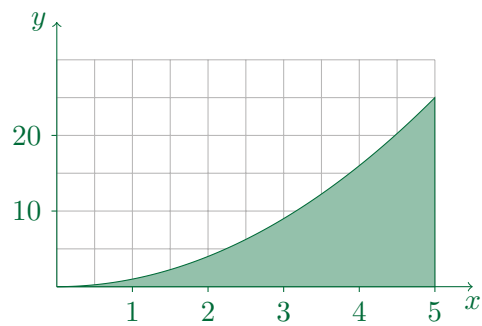
Erläutere, warum der Riemansche Grenzwertbegriff bei der Funktion  $f(x) = x^{-1}$  nicht ausreicht, um beliebige Flächen zwischen  $f$  und der  $x$ -Achse zu bestimmen.



## Katastrophe

### Lösung 6

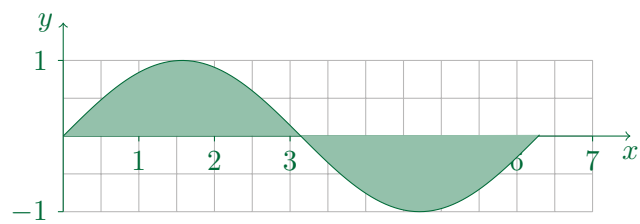
Skizze des Schaubildes:



$$\int_0^5 x^2 \cdot dx = A \approx 42 \text{ FE}$$

### Lösung 7

Skizze des Schaubildes:



### Lösung 8

Durch die senkrechte Asymptote bei  $x = 0$  können die Integralsgrenzen nicht bei 0 sein, da dort  $f$  nicht definiert ist.